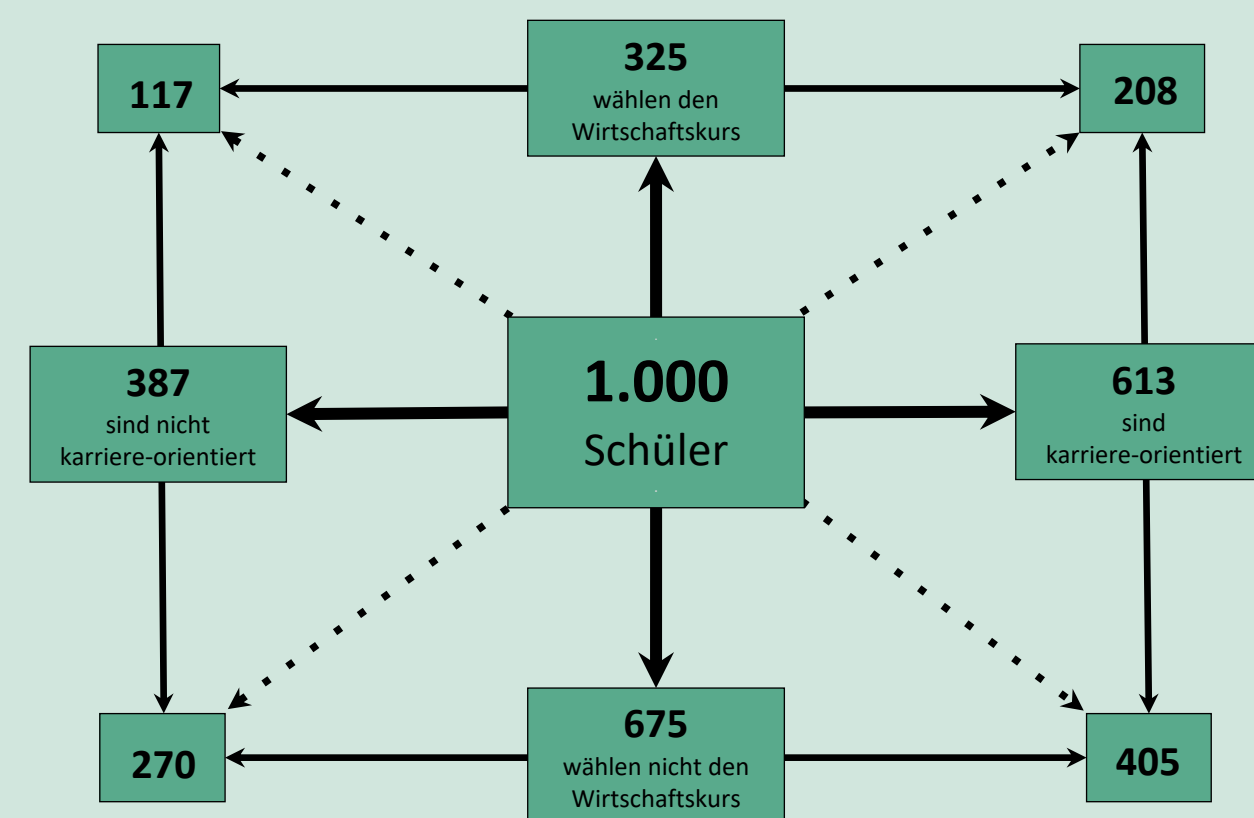


Hast du NETZ?

Die Verbindung, mit der man Wahrscheinlichkeiten endlich versteht

Nicole Steib, Karin Binder & Stefan Krauss (Universität Regensburg)

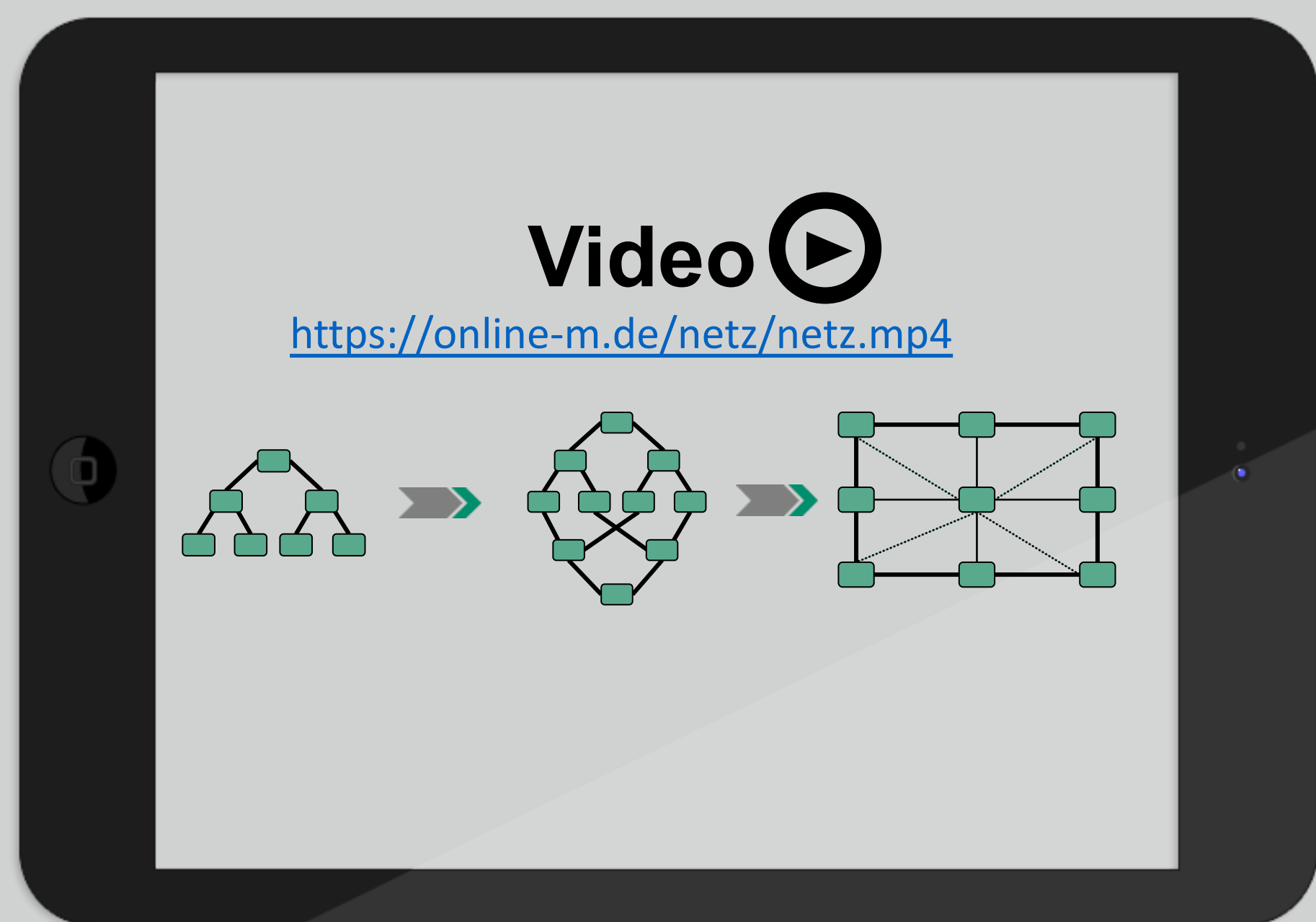


Theoretischer Hintergrund

- Statistische Informationen begleiten uns tagtäglich. Allerdings werden Wahrscheinlichkeiten häufig falsch interpretiert. Besonders tückisch sind hierbei Bayesianische Aufgaben. Beispielsweise wird die Zuverlässigkeit einer Mammographie sowohl von Patienten als auch von Ärzten stark überschätzt.
- Damit die Wahrscheinlichkeiten besser verstanden werden, gibt es **zwei bewährte Repräsentationsstrategien**:
 - Übersetzung von Wahrscheinlichkeiten (z.B. „die Wahrscheinlichkeit von Brustkrebs beträgt 1%“) in Ausdrücke aus zwei absoluten Häufigkeiten (auch *natürliche Häufigkeiten* genannt) wie z.B.: „100 von 10.000 Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen, haben Brustkrebs“ (Gigerenzer & Hoffrage, 1995).
 - Visualisierung der statistischen Informationen (McDowell & Jacobs, 2017).
→ Schulisch geeignete Darstellungsformen sind Vierfeldertafeln, Baumdiagramme, Doppelbaumdiagramme und Einheitsquadrate (Böcherer-Linder & Eichler, 2017).

Eine neue Visualisierung

- Das Häufigkeitsnetz stellt eine neue *Knoten-Ast-Struktur* dar, welche gegenüber den bisherigen Visualisierungen die folgenden Vorteile mit sich bringt:
 - Alle* bedingten Wahrscheinlichkeiten und Schnittwahrscheinlichkeiten werden übersichtlich dargestellt und haben jeweils einen festen Platz.
 - Natürliche Häufigkeiten und Wahrscheinlichkeiten können *gleichzeitig* abgebildet werden.
 - Keine* Äste überschneiden sich (im Vergleich zum Doppelbaum).
 - Kein* Knoten kommt doppelt vor (im Vergleich zum Doppelbaum).



Forschungsfragen

- Hauptforschungsfrage:**
Welche der Visualisierungsmöglichkeiten (Häufigkeitsbaum, Häufigkeitsdoppelbaum, Häufigkeitsnetz vs. ohne Visualisierung) unterstützt Bayesianisches Denken in **Häufigkeitsversionen** am besten?
- Des Weiteren wurde die folgende Fragestellung untersucht:
Welche der vier Visualisierungsmöglichkeiten (Wahrscheinlichkeitsbaum, Wahrscheinlichkeitsdoppelbaum, Wahrscheinlichkeitsnetz vs. ohne Visualisierung) unterstützt Bayesianisches Denken in **Wahrscheinlichkeitsversionen** am besten?

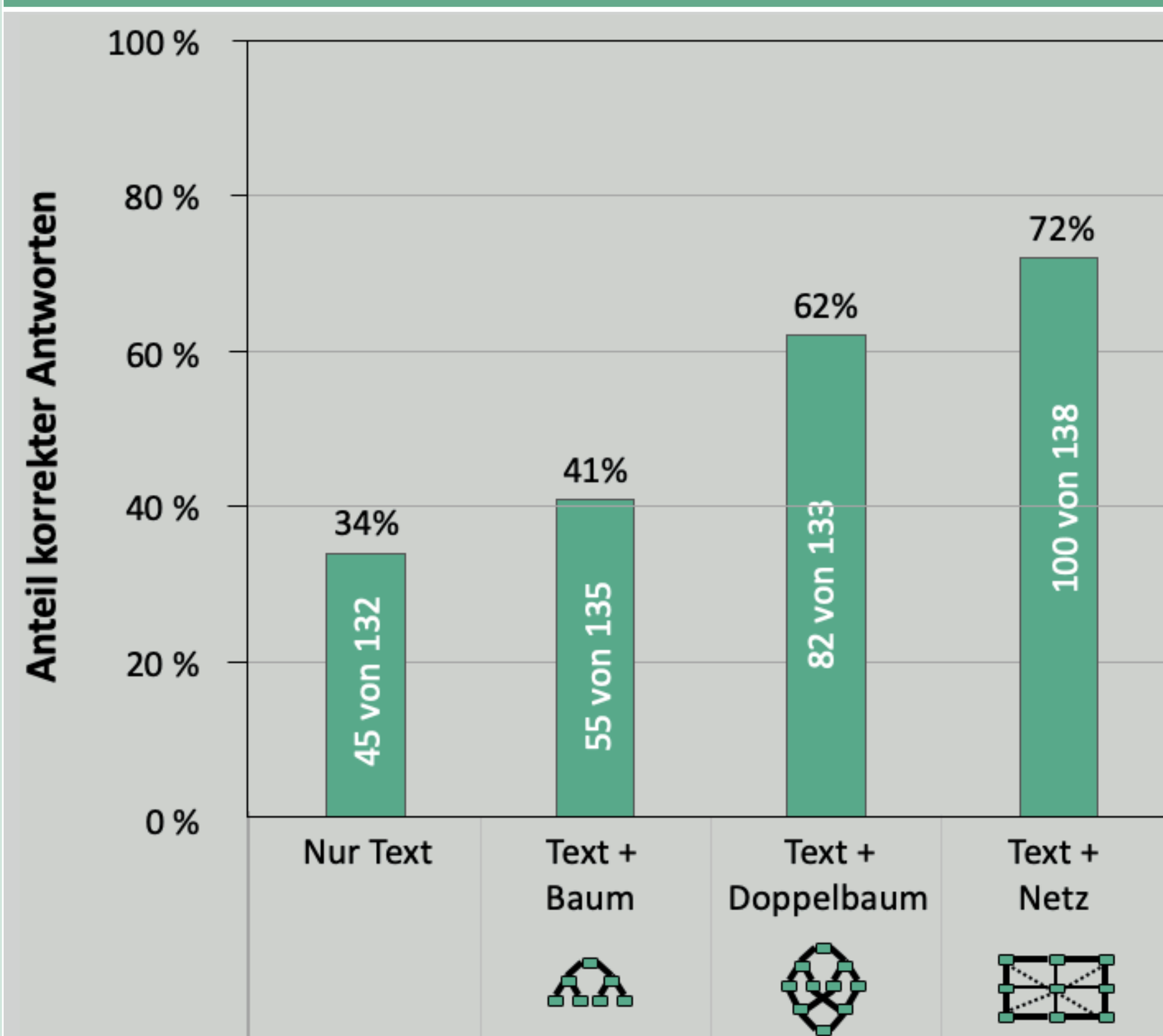
Methode

- N = 269 SuS (aus vier bayerischen Gymnasien) bearbeiteten je 3 Aufgaben in einem Papier-Bleistift-Test. Dieser beinhaltet zwei Bayesianische Aufgaben im Häufigkeitsformat und eine Bayesianische Aufgabe im Wahrscheinlichkeitsformat, jeweils mit einem anderen Kontext.
- Bei jeder Aufgabe wurde nach einer bedingten Wahrscheinlichkeit gefragt. Es wurde überprüft, durch welche Visualisierungen (Baumdiagramm, Doppelbaum, Netz, nur Text ohne Visualisierung) die Aufgaben am besten beantwortet werden können.

Beispiel zum Kontext „Mammographie“ (Häufigkeiten)

	Kontext	Visualisierung (jeweils komplett ausgefüllt)	Einleitung:
Häufigkeiten	Mammographie	Nur Text	Stellen Sie sich bitte vor, Sie sind Reporter/-in einer Frauenzeitschrift und möchten einen Artikel über Brustkrebs schreiben. Sie recherchieren auch darüber, was von den Tests zu halten ist, die im Rahmen von Routineuntersuchungen eingesetzt werden, um Brustkrebs zu entdecken. Ihr besonderes Interesse gilt der Frage, was es bedeutet, wenn eine Frau bei einem solchen Test ein positives Ergebnis (welches Brustkrebs anzeigt) erhält.
		Text + Baum	
		Text + Doppelbaum	
		Text + Netz	
	Persönlichkeitseigenschaft	Nur Text	Statistische Informationen: 100 von 10.000 Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen, haben Brustkrebs. Von 100 Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen und die Brustkrebs haben, erhalten 80 ein positives Testergebnis. Von 9.900 Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen und die keinen Brustkrebs haben, erhalten 950 dennoch ein positives Testergebnis.
		Text + Baum	
Wahrscheinlichkeiten	Verkehrsunfall	Nur Text	Frage: Wie viele der Frauen, die zu einer Routineuntersuchung gehen und ein positives Testergebnis erhalten, haben Brustkrebs? Antwort: 80 von 1.030
		Text + Baum	
		Text + Doppelbaum	
		Text + Netz	
	Aufgabe 3	Nur Text	
		Text + Baum	

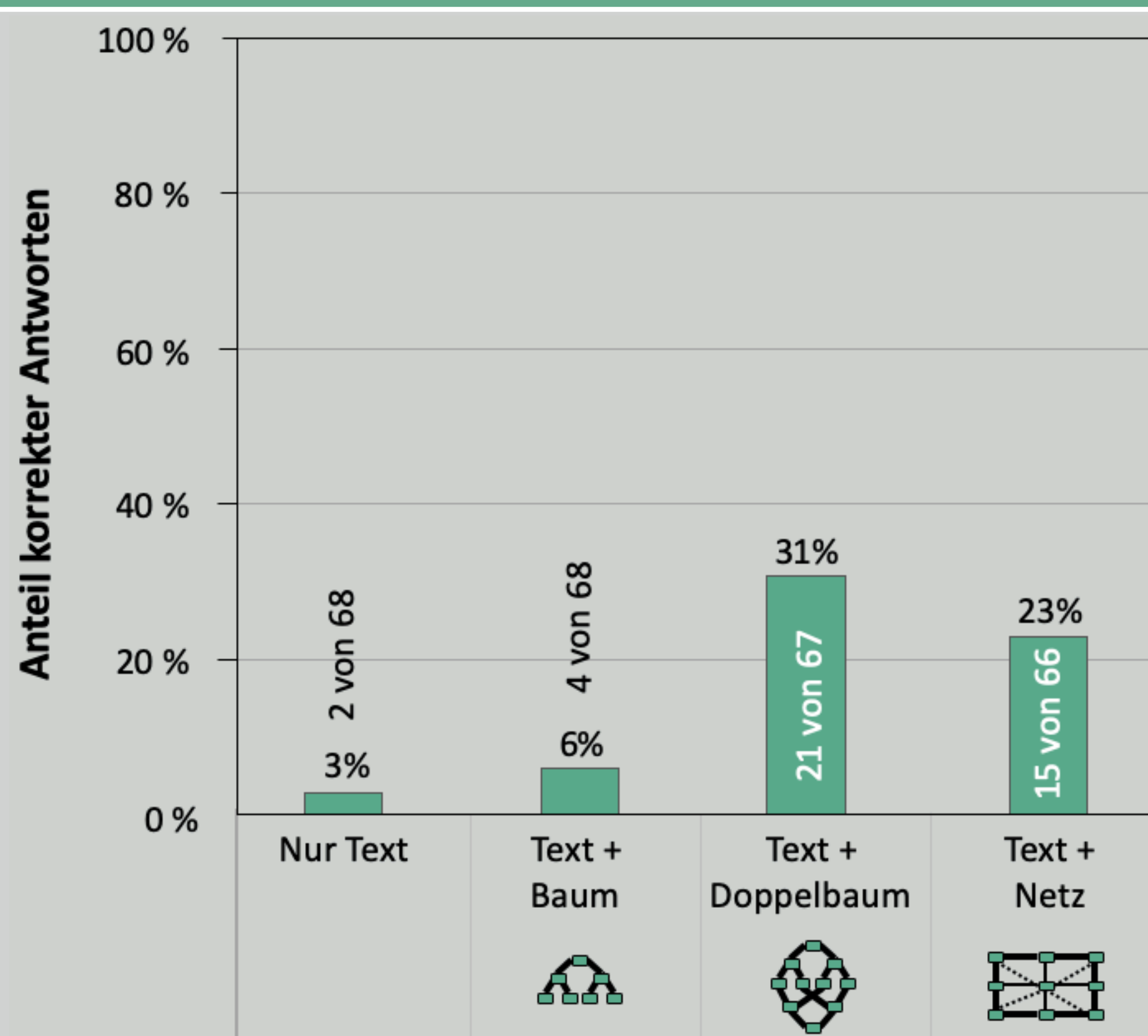
Ergebnisse



Format: Häufigkeiten

Mittelwerte über die beiden Kontexte Mammographie und Persönlichkeitseigenschaft

Die Visualisierungen waren dabei komplett mit absoluten Häufigkeiten gefüllt.



Format: Wahrscheinlichkeiten

Kontext: Verkehrsunfall

Die Visualisierungen waren dabei komplett mit Wahrscheinlichkeiten gefüllt.

Diskussion und Ausblick

- Da das Netz eine neue Visualisierungsmöglichkeit darstellt, die erfolgsversprechend scheint (Binder, Steib & Krauss, in Vorbereitung), sollte künftige Forschung weitere Fragen in Bezug auf das Häufigkeitsnetz beantworten: Beispielsweise können Trainingsstudien Aufschluss darüber geben, welche Vor- und Nachteile das Netz unterrichtlich hat. Ebenso wären weitere Studien mit Variationen des Netzes möglich, wodurch man überprüfen könnte, ob eine andere Anordnung der Knoten (z.B. Drehung um 45°) intuitiv noch besser verstanden wird.
- Ein erster Vorschlag, wie man das Häufigkeitsnetz konkret im Unterricht umsetzen kann, wurde bereits entwickelt (Binder, Krauss & Steib, 2020).
- Doch wie gut verstehen Studierende das Häufigkeitsnetz? Die Antwort finden Sie hier: https://www.uni-regensburg.de/mathematik/didaktik-mathematik/medien/wiesner_gdm_2020.pdf

Literatur

- Binder, K., Krauss, S., & Steib, N. (2020). Bedingte Wahrscheinlichkeiten und Schnittwahrscheinlichkeiten GLEICHZEITIG visualisieren: Das Häufigkeitsnetz. *Stochastik in der Schule*, 40(2), 2-14.
- Binder, K., Steib, N., & Krauss, S. (in Vorbereitung). Wie man den Schwächen von Baumdiagrammen und Vierfeldertafeln begegnen kann – Das Häufigkeitsnetz.
- Böcherer-Linder, K., & Eichler, A. (2017). The impact of visualizing nested sets. An empirical study on tree diagrams and unit squares. *Frontiers in Psychology*, 7, 2026.
- Gigerenzer, G., & Hoffrage, U. (1995). How to improve Bayesian reasoning without instruction: frequency formats. *Psychological Review*, 102(4), 684.
- McDowell, M. & Jacobs, P. (2017). Meta-Analysis of the Effect of Natural Frequencies on Bayesian Reasoning. *Psychological Bulletin*, 143(12), 1273-1312.

Kontakt

Nicole Steib
Universität Regensburg
nicole.steib@ur.de

Für die, die *Netz* haben:
<https://online-m.de/netz/>

